

Exercice

1) Soit g la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = \frac{a}{e^{bx+1}}$ où a et b sont deux réels.

Dans l'annexe ci-jointe, C_g est la représentation graphique de g dans un repère du plan.

A et B sont les points de coordonnées respectives $A(0, 6)$ et $B(4, 0)$.

a) Sachant que la droite (AB) est tangente à C_g en A , déterminer $g(0)$, puis $g'(0)$.

b) Exprimer $g'(x)$ en fonction de a et b .

c) À l'aide des résultats précédents, prouver que $a = 12$ et $b = 0,5$.

2) Soit la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = e^{0,5x} - 1$.

a) Dresser le tableau de variation de f .

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis interpréter le résultat graphiquement.

c) Soit le point $E(p, n)$, point d'intersection des courbes C_f et C_g . Calculer p et n .

d) Tracer, sur le même graphique de l'annexe, la courbe C_f de f .

e) Calculer $\int_0^{\ln 13} f(x) dx$. Que représente graphiquement cette intégrale ? Préciser sur le graphique.

3) Pour un prix de vente unitaire x , exprimé en centaines de dinars :

- $f(x)$ est le nombre d'objets, exprimé en centaines, proposés sur le marché ;
- $g(x)$ est le nombre d'objets, exprimé en centaines, que les consommateurs sont prêts à acheter.

f et g sont appelées, respectivement, fonction d'offre et fonction de demande.

a) Quelle est le prix d'équilibre arrondi à 1 dinars ?

b) On appelle rente du producteur le nombre $R = np - \int_0^p f(x) dx$ n et p étant définis en 2) c)

Calculer la valeur exacte de R , puis son approximation arrondie à la centaine de dinars.

Annexe

